

ANALISIS NON-LINEAR STRUKTUR TENSEGRITY MENGGUNAKAN TOTAL POTENTIAL ENERGY OPTIMIZATION WITH METAHEURISTIC METHODS (TPO/MA)

Denalyn Tanist Istianto¹, Wong Foek Tjong² dan Doddy Prayogo²

¹ Mahasiswa Program Magister Teknik Sipil, Universitas Kristen Petra, Surabaya

² Dosen Program Magister Teknik Sipil, Universitas Kristen Petra, Surabaya

¹ istianto.denalyn@gmail.com, ² wftjong@petra.ac.id, ³ prayogo@petra.ac.id

ABSTRAK: *Total potential energy optimization with metaheuristic methods (TPO/MA)* adalah metode analisis struktur yang berdasarkan pada prinsip energi minimum. Metode ini dapat melakukan analisis *non-linear* pada berbagai struktur tanpa modifikasi yang signifikan dalam prosesnya. Salah satu struktur yang bersifat sangat *non-linear* adalah struktur *tensegrity*. TPO/MA dengan tiga algoritma metaheuristik yaitu *teaching-learning-based optimization (TLBO)*, *harmony search (HS)*, dan *symbiotic organisms search (SOS)* diaplikasikan dalam analisis *non-linear* geometri pada struktur *tensegrity* dua dan tiga dimensi. Analisis struktur dilakukan dengan pemberian beban bertahap (*incremental*) untuk menghasilkan grafik *load-displacement* yang menunjukkan perilaku *non-linear* struktur. Hasil penelitian menunjukkan TPO/MA dapat melakukan analisis *non-linear* pada struktur *tensegrity* dengan akurasi dan konsistensi yang tinggi. TLBO dan SOS memiliki performa yang lebih baik dibandingkan HS dalam menyelesaikan analisis *non-linear* pada struktur *tensegrity* menggunakan TPO/MA.

Kata kunci: analisis *non-linear*, prinsip energi minimum, *tensegrity*, TPO/MA, metaheuristik

ABSTRACT: *Total potential energy optimization with metaheuristic methods (TPO/MA)* is a structural analysis tool based on the minimum energy principle. Due to its versatility, this method is especially powerful for solving *non-linear* problems. One of the highly *non-linear* structures are *tensegrity* structures. This research utilizes TPO/MA with 3 metaheuristic algorithms, namely *teaching-learning-based optimization (TLBO)*, *harmony search (HS)*, and *symbiotic organisms search (SOS)* to carry out geometrically *non-linear* structural analysis for two and three-dimensional *tensegrity* structures. Loads are applied incrementally to evaluate the structure's *non-linear* behavior. This research demonstrates how TPO/MA performed *non-linear* structural analysis in *tensegrity* structures effectively and accurately. Between the 3 algorithms, TLBO and SOS showcased the best performance.

Keywords: *non-linear* analysis, minimum energy, *tensegrity*, TPO/MA, metaheuristics

1. PENDAHULUAN

Berdasarkan Fuller (1962), Emmerich (1963) dan Snelson (1965), struktur *tensegrity* didefinisikan sebagai sistem yang stabil dan memiliki kekakuan di bawah interaksi komponen tekan dan tarik (Juan & Mirats Tur, 2008). Struktur ini mirip dengan rangka batang yang hanya menyalurkan gaya aksial, namun komponen struktur tariknya berupa kabel yang tidak dapat menerima tekan. Struktur *tensegrity* dinilai punya banyak kelebihan. Selain nilai estetikanya yang tinggi, struktur *tensegrity* juga efisien karena bisa kekuatan yang dibutuhkan dengan

massa yang kecil dengan memanfaatkan konfigurasi (Skelton et al., 2001). Saat ini, struktur *tensegrity* sudah diaplikasikan dalam berbagai jenis mencapai bangunan, mulai dari *tower*, *dome*, hingga atap stadion (Gilewski et al., 2015).

Analisis struktur *tensegrity* adalah tantangan tersendiri bagi para insinyur, karena secara umum, struktur ini bersifat statis dan kinematis tak tentu (Tran & Lee, 2011). Selain itu, struktur *tensegrity* juga memiliki perilaku material dan *load-displacement* yang *non-linear* (Toklu & Uzun, 2016), sehingga membuat proses analisis struktur menjadi lebih rumit. Misalnya, apabila analisis *non-linear* dilakukan menggunakan metode elemen hingga, maka matriks kekakuan yang digunakan pun akan bersifat *non-linear*, yang berarti matriks kekakuan tersebut akan bergantung pada gaya luar dan perpindahannya (Toklu, 2004). Selain itu, masing-masing permasalahan *non-linear* dapat membutuhkan metode yang berbeda dalam penyelesaiannya, dan belum ada satu metode universal yang dapat menyelesaikan semua jenis permasalahan *non-linear* (Temür et al., 2017).

Total potential energy optimization with metaheuristic methods (TPO/MA) pertama kali diusulkan oleh Toklu (2004) untuk melakukan analisis struktur *non-linear* menggunakan prinsip energi potensial minimum secara langsung. TPO/MA akan mencari solusi yang menghasilkan *total potential energy* (TPE) yang minimum memanfaatkan metode metaheuristik untuk melakukan iterasi. Apabila dibandingkan dengan metode-metode lainnya untuk menyelesaikan analisis struktur *non-linear* terutama untuk struktur *tensegrity* seperti formulasi elemen hingga (Kebiche et al., 1999) dan formulasi Eulerian dan Lagrangian (Murakami 2001a; 2001b), TPO/MA memiliki proses perhitungan yang jauh lebih sederhana. TPO/MA juga tidak memerlukan modifikasi khusus untuk menyelesaikan berbagai jenis permasalahan *non-linear*, sehingga metode ini lebih universal dibandingkan metode-metode lainnya.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Struktur *Tensegrity*

Istilah *tensegrity* pertama kali dicetuskan oleh Richard Buckminster Fuller (1962) dan merupakan gabungan dari kata *tensional* dan *integrity*. Seiring perkembangannya, definisi *tensegrity* terus mengalami pembaruan. Definisi yang cukup baru tentang *tensegrity* datang dari Motro & Raducanu (2003), yang menyebutkan “*tensegrity system is a system in a stable self-equilibrated state comprising a discontinuous set of compressed components inside a continuum of tensioned components*”. Dari definisi ini, dapat disimpulkan bahwa kesetimbangan struktur *tensegrity* berasal dari interaksi komponen tekan dan tariknya, dan kondisi ini disebut sebagai *self-equilibrium state* (Zhang & Ohsaki, 2015). Kondisi ini membuat struktur *tensegrity* dapat berdiri sendiri dalam kondisi stabil tanpa adanya gaya luar apabila dikonfigurasi dalam bentuk tertentu. Meski merupakan struktur yang hanya menerima gaya aksial, struktur *tensegrity* berbeda dengan rangka batang (*truss*). Pada struktur *tensegrity*, satu komponen akan selalu menerima tekan, sedangkan yang lainnya akan selalu menerima tarik (Skelton et al., 2001). Hingga saat ini, struktur *tensegrity* dimanfaatkan dalam banyak bidang, mulai dari *aerospace*, arsitektur, teknik sipil, biologi, matematika, hingga robotik (Tran & Lee, 2011). Di bidang arsitektur dan teknik sipil, struktur *tensegrity* banyak digunakan untuk struktur bentang panjang karena apabila dibandingkan dengan struktur lain dengan kekuatan yang sama, struktur *tensegrity* bisa lebih ringan. Namun, struktur *tensegrity*

secara umum bersifat tak tentu, baik secara statis maupun kinematis (Toklu & Uzun, 2016). Struktur *tensegrity* juga memiliki perilaku material dan perilaku *load-displacement* yang *non-linear*.

Proses analisis struktur *tensegrity* terdiri atas dua tahap, yaitu *form-finding* dan analisis perilaku terhadap beban luar (Tran & Lee, 2011). Proses *form-finding* adalah proses penentuan konfigurasi geometri struktur (Tibert & Pellegrino, 2003), dan setelah konfigurasi geometri struktur yang stabil didapatkan, tahap kedua adalah menganalisis perilaku di bawah beban luar. Dalam perkembangannya, berbagai macam metode sudah digunakan untuk melakukan analisis struktur *tensegrity*. Sebagian besar metode menggunakan prinsip iterasi, seperti Newton-Raphson, Runge-Kutta, dan prinsip *finite element* (Toklu & Uzun, 2016).

2.2 Total Potential Energy Optimization with Metaheuristic Methods (TPO/MA)

TPO/MA adalah metode analisis struktur yang mengaplikasikan prinsip energi potensial minimum secara langsung. Prinsip ini adalah prinsip dasar yang sering digunakan dalam ilmu mekanika, termasuk dalam analisis struktur, yaitu sebuah struktur akan berada dalam kondisi *equilibrium* apabila *total potential energy* (TPE) sistem bernilai minimum. Memanfaatkan prinsip ini, TPO/MA menggunakan metode metaheuristik untuk melakukan iterasi dan mengoptimasi proses pencarian nilai perpindahan yang menghasilkan TPE struktur yang minimum. Pada analisis struktur *non-linear* menggunakan TPO/MA, variabel bebas yang digunakan adalah perpindahan. Variabel ini ditentukan secara acak menggunakan metode metaheuristik, kemudian TPE struktur dihitung berdasarkan perpindahan yang terjadi. Proses ini terus diulangi hingga menemukan perpindahan yang menghasilkan TPE struktur yang minimum (Bekdaş et al., 2019). Metode ini dapat memperhitungkan berbagai jenis permasalahan *non-linear*, seperti material *non-linear*, kondisi *under-constrained*, dan lain-lain. TPO/MA tidak membutuhkan penggunaan matriks yang kompleks, sehingga prosesnya lebih sederhana dan tidak membutuhkan kapasitas memori komputer yang besar (Temür et al., 2017). Hingga saat ini, TPO/MA telah dimanfaatkan untuk melakukan analisis *non-linear* pada berbagai macam tipe struktur, mulai dari rangka batang dengan material *non-linear* (Toklu, 2004) hingga struktur kabel (Temür et al., 2014; Toklu et al., 2017).

Berdasarkan hasil studi yang sudah dilakukan, TPO/MA disebutkan sebagai metode universal yang dapat digunakan untuk analisis *non-linear* struktur dengan baik, tidak terbatas pada tipe struktur maupun tipe permasalahan *non-linear* yang diperhitungkan. Selain itu, TPO/MA juga dapat diaplikasikan pada struktur dengan *constraint* apapun dan menemukan solusi baik dalam skala lokal, global, maupun *non-unique solutions* (Toklu, 2013). Pada umumnya, hampir seluruh algoritma yang telah diaplikasikan dalam TPO/MA dapat menemukan perpindahan yang menghasilkan *total potential energy* minimum, namun memiliki akurasi dan efisiensi yang berbeda-beda. Berdasarkan permasalahan yang diteliti, akurasi dan efisiensi berbagai algoritma dapat bervariasi (Toklu et al., 2021).

Dalam proses perhitungan analisis struktur tiga dimensi, jumlah elemen, *joint*, *degrees of freedom* (DOF) dan beban luar masing-masing dilambangkan oleh N_m , N_j , N_q dan N_p . Masing-masing elemen memiliki 2 ujung dengan koordinat awal x_i, y_i, z_i dan x_j, y_j, z_j . Maka, panjang awal elemen (*undeformed length*) L_0 dapat dihitung dengan Persamaan 1.

$$L_0 = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (1)$$

Apabila ujung-ujung elemen mengalami perpindahan sebesar u_i, v_i, w_i dan u_j, v_j, w_j , maka panjang elemen sesudah mengalami perpindahan (*deformed length*) L_c dapat dihitung dengan Persamaan 2, dan perpindahan yang terjadi pada masing-masing *joint* dinyatakan oleh vektor $\mathbf{D}$, di mana N_j melambangkan jumlah *joint*.

$$L_c = \sqrt{(x_j - x_i + u_j - u_i)^2 + (y_j - y_i + v_j - v_i)^2 + (z_j - z_i + w_j - w_i)^2} \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ \dots \ u_{N_j} \ v_{N_j} \ w_{N_j}]^T \quad (3)$$

Elemen yang telah berdeformasi memiliki *strain*, ε , menurut Persamaan 4.

$$\varepsilon = \frac{L_c - L_0}{L_0} \quad (4)$$

Strain merupakan fungsi dari perpindahan, karena panjang setelah deformasi, L_c baru dapat ditentukan apabila nilai perpindahan telah diketahui. Sedangkan *stress*, σ , didefinisikan sebagai suatu fungsi dari *strain*. Hubungan *stress-strain* ini dapat diketahui berdasarkan jenis material yang digunakan.

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) \quad (5)$$

Apabila dalam struktur terdapat *prestress*, σ_0 , maka *stress* yang terjadi ditambahkan dengan nilai *prestress* dalam bentuk tegangan awal.

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) + \sigma_0 \quad (6)$$

Strain energy density, e , adalah *strain energy* per-unit volume. Apabila dilihat dari grafik hubungan *stress-strain*, maka *strain energy density* adalah luas di bawah grafik tersebut, sehingga *strain energy density* dapat dirumuskan sebagai integral dari fungsi *stress* terhadap *strain*. Apabila terdapat *prestress* dalam struktur, maka kontribusi *prestress* dalam *strain energy density* dapat diperhitungkan sebesar nilai *prestress* dikalikan *strain* yang terjadi. Perhitungan *strain energy density* disajikan dalam Persamaan 7 dan 8.

$$e(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (7)$$

$$e(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon + \sigma_0 \varepsilon \quad (8)$$

Strain energy, S , untuk sebuah elemen dapat dirumuskan sebagai integral volume dari *strain energy density*. Untuk elemen batang (*bar*) yang prismatik, volumenya dapat dihitung sebagai luas penampang, A , dikalikan panjang elemen, L . Untuk memperhitungkan non-linearitas geometri, maka panjang elemen yang digunakan adalah panjang elemen yang telah berdeformasi, L_c . Elemen batang memiliki *strain* yang konstan sepanjang elemennya. Oleh karena itu, *strain energy* sebuah elemen batang dapat dirumuskan sesuai Persamaan 9.

$$S = \int_V e dV = AL_c e \quad (9)$$

Perumusan *total potential energy*, U , terdiri atas dua komponen, yaitu *strain energy* dan usaha/kerja yang dilakukan oleh beban luar (Toklu, 2004). Untuk struktur dengan elemen batang, *total potential energy* dalam keseluruhan struktur dirumuskan dalam Persamaan 10.

$$U(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{Nm} A_i L c_i e_i - \sum_{j=1}^{Nq} P_j D_j \quad (10)$$

$$U(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{Nm} A_i L c_i e_i - \sum_{j=1}^{Nq} P_j D_j - \sum_{k=1}^{Nn} F_k D_k \quad (11)$$

$$U(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{Nm} A_i L c_i e_i - \sum_{j=1}^{Nq} P_j D_j - \sum_{k=1}^{Ns} N_k \Delta L_k \quad (12)$$

Bagian pertama dari Persamaan 10 menyatakan *strain energy* yang terjadi pada seluruh elemen batang dalam struktur, dan bagian kedua menyatakan usaha/kerja yang dilakukan oleh seluruh beban luar pada seluruh *degrees of freedom* (DOF). $\mathbf{P}$ dan $\mathbf{D}$ masing-masing adalah beban luar dan pasangan perpindahan yang terjadi untuk setiap arah DOF dan Nq adalah jumlah DOF yang dimiliki struktur. Apabila dalam struktur terdapat *prestress*, maka kontribusi *prestress* dalam *total potential energy* termasuk dalam usaha beban luar. Kontribusi *prestress* dalam diperhitungkan sesuai dengan Persamaan 11 di mana N_n adalah jumlah DOF yang diberikan gaya untuk *prestress* atau sesuai dengan Persamaan 12 dengan N_s adalah jumlah elemen yang diberikan *prestress*.

TPO/MA bertujuan menemukan vektor perpindahan $\mathbf{D}$ sesuai Persamaan 3 yang menghasilkan nilai U paling minimum (Toklu, 2004), sehingga *objective function* yang digunakan adalah Persamaan 10, 11, atau 12 tergantung keberadaan *prestress* pada struktur.

2.3 Metaheuristik

Metaheuristik berasal dari kata *meta* yang berarti “*beyond*” atau “*higher level*” dan *heuristic* yang berarti “*to find*” atau “*to discover by trial and error*”. Dari asal kata ini, metaheuristik dapat didefinisikan sebagai metode pencarian solusi optimal menggunakan teknik tingkat tinggi dengan proses *trial-and-error* (Yang, 2009). Terdapat banyak algoritma metaheuristik yang dikembangkan untuk menyelesaikan berbagai kasus optimasi, seperti *teaching-learning-based optimization* (TLBO), *harmony search* (HS) dan *sybiotic organisms search* (SOS).

2.3.1 Teaching-learning-based Optimization (TLBO)

Teaching-learning-based optimization (TLBO) pertama kali diperkenalkan oleh Rao et al. (2011). Algoritma ini didasarkan pada proses belajar-mengajar oleh guru dan murid di kelas, di mana seorang guru mempengaruhi nilai yang akan didapatkan oleh muridnya. Guru adalah seseorang yang memiliki ilmu terbaik dan akan berusaha membagikan ilmunya kepada populasi yang ada, yaitu sekelompok murid, hingga akhirnya mereka membutuhkan guru baru yang lebih baik dari guru sebelumnya.

Algoritma ini terbagi menjadi dua fase, yaitu *teacher phase* dan *learner phase*. Pada *teacher phase*, guru akan berusaha meningkatkan nilai muridnya, dan pada *learner phase*, murid akan meningkatkan pengetahuan mereka dengan cara berinteraksi satu sama lain.

2.3.2 Harmony Search (HS)

HS pertama kali diperkenalkan oleh Geem et al. (2001). Algoritma ini didasarkan pada konsep proses pencarian harmoni terbaik dalam sebuah penampilan musik. Sebuah harmoni terbentuk dari suara beberapa instrumen musik, dan harmoni yang dihasilkan dapat berkembang semakin baik lewat latihan.

Terdapat 3 langkah utama dalam HS, yaitu inisialisasi *harmony memory* (HM), improvisasi harmoni baru dari HM, dan evaluasi harmoni baru terhadap harmoni minimum dalam HM. Pada proses inisialisasi memori, masing-masing musisi memiliki “ingatan” tersendiri yang berisi nada-nada tertentu. Masing-masing musisi akan memilih satu nada dari ingatannya, membentuk sebuah harmoni baru. Apabila harmoni baru yang terbentuk lebih baik daripada harmoni terburuk yang ada dalam HM, maka harmoni terburuk akan dibuang dari HM dan digantikan dengan harmoni baru tersebut. Hal ini diulang terus sampai harmoni yang sempurna ditemukan (Lee & Geem, 2005).

HS menggunakan dua parameter, yaitu *Harmony Memory Considering Rate* (HMCR) dan *Pitch Adjusting Rate* (PAR) (Lee & Geem, 2005). HMCR digunakan untuk menemukan nilai optimum global yang pada mulanya tidak tersedia di dalam HM, dan PAR digunakan untuk memperbaiki solusi dan menghindari nilai optimum lokal (Geem et al., 2001).

2.3.3 Symbiotic Organisms Search (SOS)

Symbiotic organisms search (SOS) pertama kali diperkenalkan oleh Cheng & Prayogo (2014). Algoritma ini terinspirasi dari hubungan makhluk hidup yang bertahan hidup bersama dalam sebuah ekosistem, yaitu hubungan simbiosis. Dalam sebuah ekosistem, terdapat tiga jenis simbiosis antar organisme, yaitu simbiosis mutualisme, komensalisme, dan parasitisme. Dalam SOS, setiap organisme akan berinteraksi melewati ketiga fase ini hingga kriteria terminasi terpenuhi.

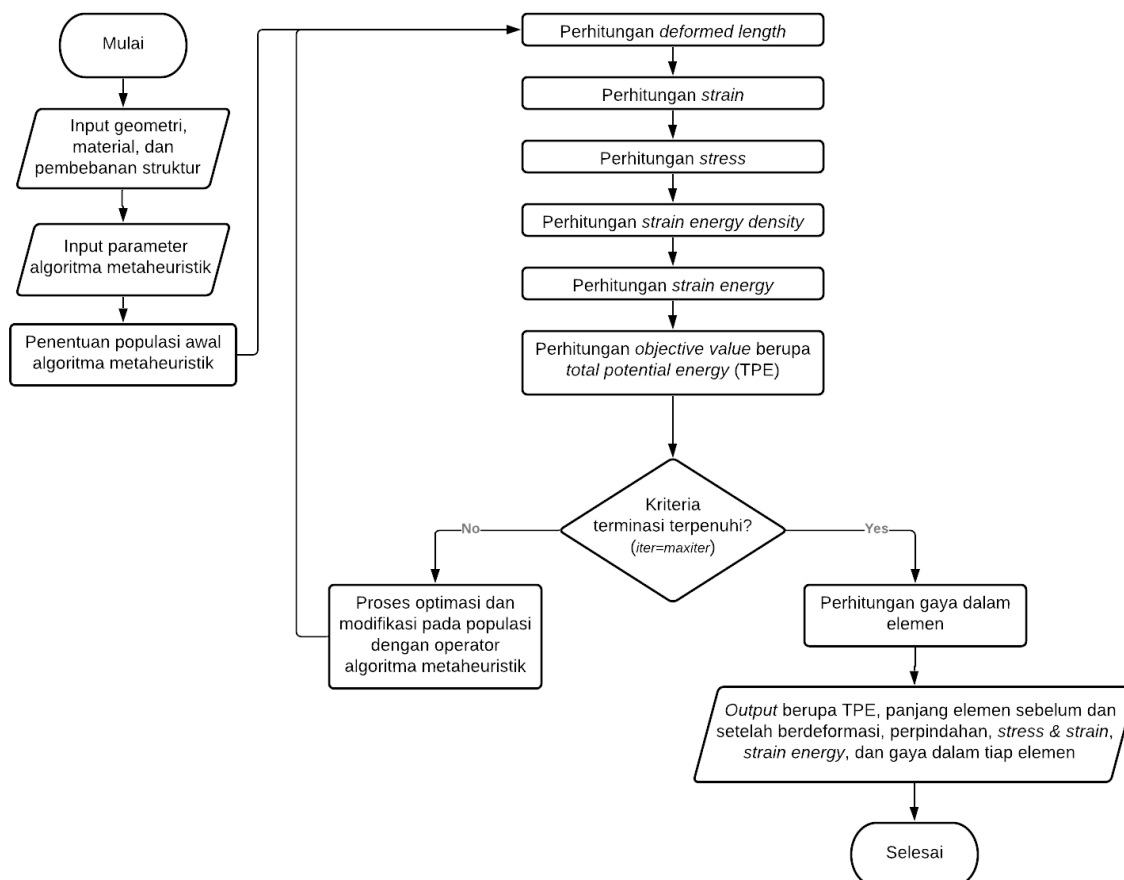
Simbiosis mutualisme adalah hubungan ketika interaksi antar organisme saling menguntungkan kedua belah pihak. Pada fase ini, dua organisme dalam ekosistem berinteraksi dalam kondisi yang saling menguntungkan hingga mendapatkan hasil yang lebih baik dari sebelumnya. Simbiosis komensalisme adalah hubungan ketika interaksi antar organisme hanya menguntungkan satu belah pihak, namun pihak lainnya tidak menerima dampak apapun. Pada fase ini, dua organisme dalam ekosistem berinteraksi, namun hanya salah satunya yang akan berusaha mendapatkan hasil yang lebih baik dari sebelumnya. Simbiosis parasitisme adalah hubungan ketika interaksi antar organisme menguntungkan salah satu pihak dan merugikan yang lainnya. Pada fase ini, satu organisme akan mencoba untuk mengeliminasi organisme lainnya dalam ekosistem.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Proses pencarian solusi yang menghasilkan TPE minimum dilakukan menggunakan 3 algoritma metaheuristik, yaitu *teaching–learning-based optimization* (TLBO), *harmony search* (HS), dan *symbiotic organisms search* (SOS). TPO/MA menggunakan ketiga algoritma ini untuk melakukan analisis *non-linear* geometri pada struktur *tensegrity* dua dan tiga dimensi. Kedua struktur *tensegrity* yang dianalisis diambil dari penelitian Nuhoglu & Korkmaz (2011)

dan Toklu & Uzun (2016) sebagai pembanding dalam mengevaluasi performa algoritma dan akurasi hasil analisis. Permodelan struktur dan proses analisis dilakukan menggunakan program yang dikembangkan secara mandiri dalam *software* MATLAB 2017b. Seluruh studi kasus memperhitungkan non-linearitas geometri, sedangkan material diasumsikan bersifat linear-elastis. Struktur diberikan beban statis secara bertahap untuk mengetahui perilaku *load-displacement* yang terjadi. Pada penelitian ini, variabel desain yang digunakan adalah perpindahan seluruh DOF aktif. *Objective function* pada penelitian ini adalah TPE, yaitu *strain energy* dikurangi usaha/kerja yang dilakukan oleh beban luar, dirumuskan sesuai Persamaan 10 hingga 12. Menggunakan TPO/MA, hasil analisis struktur dapat disajikan secara lengkap mulai dari perpindahan setiap DOF aktif hingga gaya dalam seluruh elemen.

Penelitian ini dimulai dengan mengasumsikan permasalahan analisis struktur *non-linear* ini sebagai permasalahan optimasi tanpa *constraint*. *Constraint* akan ditambahkan sesuai kebutuhan masing-masing studi kasus seiring berjalannya penelitian. Untuk mengevaluasi akurasi metode TPO/MA, nilai perpindahan yang didapatkan akan dibandingkan dengan penelitian asal masing-masing studi kasus. Untuk mengevaluasi performa algoritma, masing-masing algoritma akan di-run sebanyak 10 kali untuk beban terbesar tiap studi kasus. Kemudian, nilai rata-rata, standar deviasi, nilai terbaik dan terburuk dari *objective value* yang dihasilkan akan dicatat dan dibandingkan. Perbandingan performa algoritma akan dilakukan menggunakan grafik konvergensi. Diagram alir proses penelitian disajikan dalam Gambar 1.

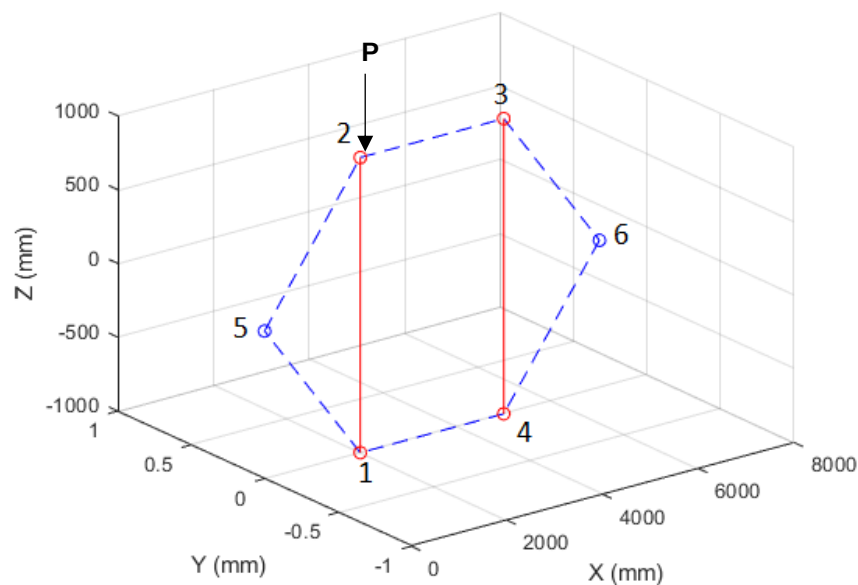


Gambar 1. Diagram alir proses analisis *non-linear* struktur *tensegrity* menggunakan TPO/MA

4. HASIL DAN DISKUSI

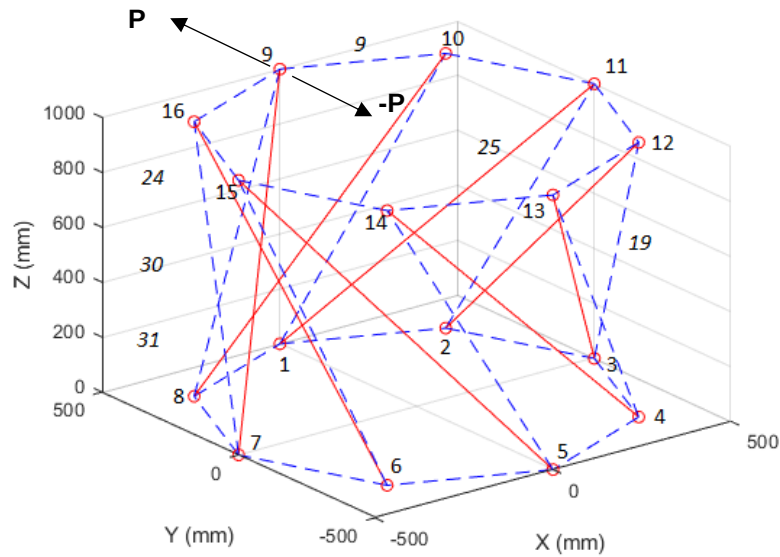
4.1 Studi Kasus Penelitian

Studi kasus pertama diambil berdasarkan penelitian Nuhoglu & Korkmaz (2011). Studi kasus ini berupa struktur *tensegrity* dua dimensi dengan *prestress*. Geometri struktur dapat dilihat pada Gambar 2. Elemen kabel ditandai dengan garis putus-putus dan elemen *strut* ditandai dengan garis utuh. Seluruh elemen kabel memiliki nilai $EA = 31500$ kN dan elemen *strut* memiliki nilai $EA = 105000$ kN. Beban P diberikan pada *joint* 2 searah sumbu Z negatif sebesar 1 hingga 10 kN secara bertahap. *Boundary conditions* ditetapkan berupa perletakan sendi pada *joint* 5 dan 6. *Prestress* pada studi kasus ini diberikan dengan me-release sementara *joint* 6 ke arah sumbu X positif, kemudian diberikan gaya tarik F sebesar 5 kN dan kembali di-restrain, menimbulkan adanya tegangan awal pada setiap elemen.



Gambar 2. Geometri struktur studi kasus 1

Studi kasus kedua diambil berdasarkan penelitian Toklu & Uzun (2016). Studi kasus ini berupa struktur *tensegrity* tiga dimensi berbentuk silindris segi delapan. Geometri struktur disajikan dalam Gambar 3 dan koordinat tiap *joint* disajikan dalam Tabel 1. Beban diberikan pada *joint* 9 searah sumbu Y sebesar -1000 hingga 1000 kN secara bertahap. *Boundary conditions* ditetapkan *fixed* pada *joint* 1-8.



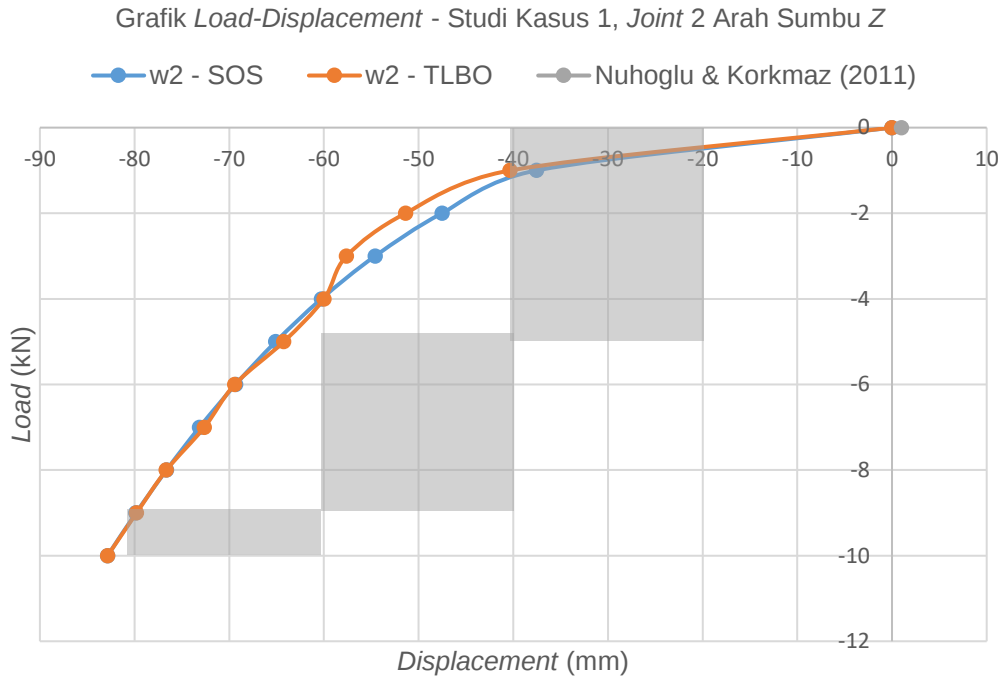
Gambar 3. Geometri struktur studi kasus 2

Tabel 1. Koordinat *joint* struktur studi kasus 2

Nomor <i>Joint</i>	Koordinat X (mm)	Koordinat Y (mm)	Koordinat Z (mm)
1	0	500	0
2	353.553	353.553	0
3	500	0	0
4	353.553	-353.553	0
5	0	-500	0
6	-353.553	-353.553	0
7	-500	0	0
8	-353.553	353.553	0
9	0	500	1000
10	353.553	353.553	1000
11	500	0	1000
12	353.553	-353.553	1000
13	0	-500	1000
14	-353.553	-353.553	1000
15	-500	0	1000
16	-353.553	353.553	1000

4.2 Hasil Penelitian

Analisis struktur *non-linear* dengan beban bertahap menghasilkan grafik *load-displacement* yang menunjukkan perilaku *non-linear* struktur. Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 1 disajikan dalam Gambar 4. Dari grafik ini, terlihat TLBO dan SOS mendapatkan nilai perpindahan yang hampir sama untuk setiap tahapan beban. Seiring bertambahnya beban, maka perpindahan yang terjadi pun semakin besar, namun terdapat pertambahan perpindahan yang tidak linear terhadap pertambahan beban. Misalnya ketika struktur diberikan beban -1 hingga -2 kN, perpindahan bertambah besar dari -37.55 mm menjadi -47.52 mm. Ketika diberikan beban -3 hingga -4 kN, pertambahan perpindahan yang terjadi lebih kecil, yaitu dari -54.59 mm menjadi -60.26 mm.



Gambar 4. Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 1

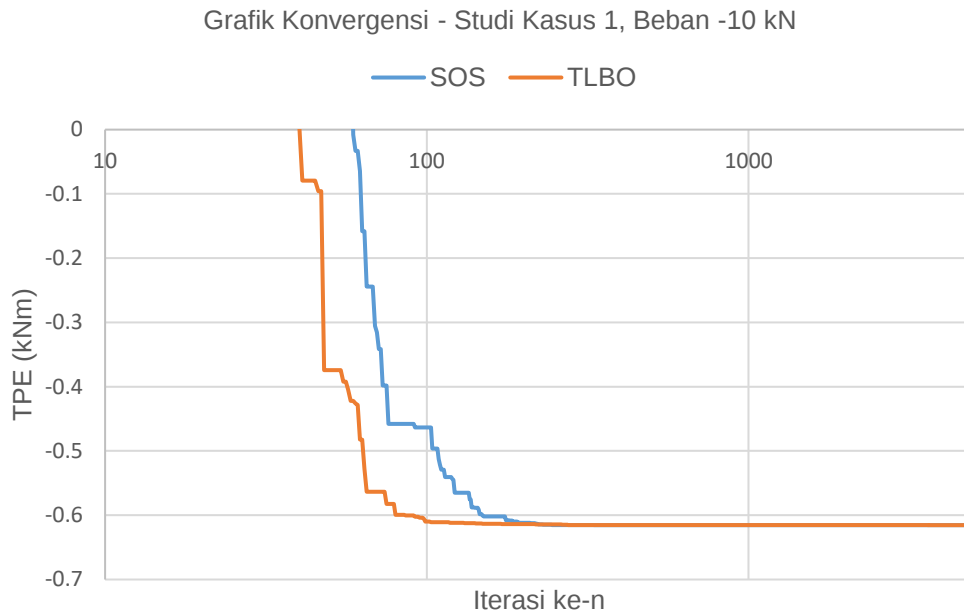
Berdasarkan penelitian Nuhoglu & Korkmaz (2011), untuk struktur yang diberikan *pretension* sebesar 5 kN, perpindahan *joint 2* berkisar antara -20 mm hingga -80 mm, seperti yang disajikan pada Gambar 4. Ketika struktur dibebani -1 hingga -5 kN, perpindahan yang terjadi pada *joint 2* arah sumbu Z (w_2) berkisar antara -20 hingga -40 mm. Sedangkan pada penelitian ini, untuk beban yang sama, nilai perpindahan yang didapatkan lebih besar, yaitu dari -37.55 mm hingga -65.08 mm. Dari data ini, secara umum nilai perpindahan yang didapatkan penelitian ini lebih besar dibandingkan penelitian Nuhoglu & Korkmaz (2011). Namun, lewat grafik *load-displacement* yang dihasilkan dapat terlihat perilaku *non-linear* struktur yang serupa. Perbedaan solusi yang dihasilkan menunjukkan salah satu karakteristik analisis *non-linear*, yaitu solusi yang *non-unique*.

Hasil olah data untuk studi kasus 1 disajikan dalam Tabel 2. Dalam studi kasus ini, hanya SOS dan TLBO yang berhasil mendapatkan TPE yang minimum, yaitu sebesar -0.6155 kNm untuk beban -10 kN. HS dapat menemukan solusi yang tidak melanggar *constraint*, namun tidak dapat menemukan solusi yang optimum setelah 5000 kali iterasi. SOS dan TLBO memiliki standar deviasi yang sangat kecil (10^{-15} dan 10^{-6} kNm) menunjukkan bahwa kedua algoritma memiliki konsistensi yang tinggi dalam menyelesaikan studi kasus 2.

Tabel 2. Hasil analisis struktur studi kasus 1

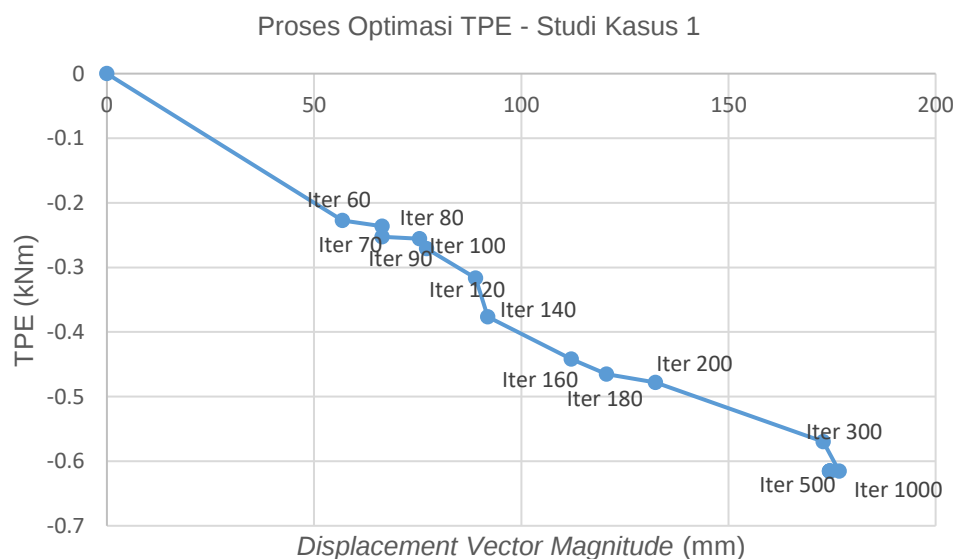
Run No.	Beban: -10 kN		
	TPE (kNm)		
	SOS	TLBO	HS
1.	-0.61547	-0.61547	406.8177
2.	-0.61547	-0.61547	234.399
3.	-0.61547	-0.61547	340.487
4.	-0.61547	-0.61546	102.7734
5.	-0.61547	-0.61547	472.8884
6.	-0.61547	-0.61547	636.7647
7.	-0.61547	-0.61547	32.76575
8.	-0.61547	-0.61547	436.4707
9.	-0.61547	-0.61547	538.3292
10.	-0.61547	-0.61547	1060.684
Rata-rata	-0.61547	-0.61547	426.238
Nilai			
Terbaik	-0.61547	-0.61547	32.76575
Nilai			
Terburuk	-0.61547	-0.61546	1060.684
Standar			
Deviasi	9.09E-15	1.49E-06	291.6754

Grafik konvergensi untuk beban -10 kN ditunjukkan dalam Gambar 5. Dari grafik konvergensi tersebut, pada awal proses iterasi, terlihat TLBO lebih dulu mendekati solusi optimum dibandingkan SOS. Solusi yang didapatkan TLBO mulai mendekati optimum pada iterasi ke-86, yaitu sebesar -0.6 kNm. Sedangkan pada iterasi yang sama, solusi yang didapatkan SOS masih sebesar -0.46 kNm. Namun, seiring berjalannya iterasi, SOS lebih dulu menemukan solusi optimum, yaitu sebesar -0.61547 kNm pada iterasi ke-374. Sedangkan solusi yang didapatkan TLBO terus mengalami *improvement* dengan lambat, mulai dari -0.6145 kNm pada iterasi ke-245 dan baru menemukan -0.61547 kNm pada iterasi ke-2229. Dalam 5000 kali iterasi, kedua algoritma berhasil menemukan TPE yang minimum, sedangkan HS tidak berhasil menemukan TPE yang minimum. Oleh karena itu, HS dianggap tidak berhasil menyelesaikan studi kasus ini.



Gambar 5. Grafik konvergensi studi kasus 1 dengan beban -10 kN

Dalam proses analisis struktur menggunakan TPO/MA, algoritma metaheuristik mencari nilai perpindahan yang menghasilkan TPE yang minimum. TPE minimum akan bernilai negatif karena berdasarkan Persamaan 10 hingga 12, bagian kedua dari perumusan TPE yaitu usaha dari beban luar akan mengurangi *strain energy* yang tersimpan dalam struktur. Sepanjang iterasinya, algoritma akan terus mencari solusi yang lebih baik dari sebelumnya hingga ditemukan solusi terbaik. Gambar 6 menyajikan besar vektor perpindahan, $|D|$ pada beberapa tahap iterasi terhadap nilai TPE yang dihasilkan. Grafik ini menunjukkan bagaimana perpindahan yang didapatkan algoritma terus meminimumkan TPE seiring berjalannya iterasi hingga ditemukan TPE yang paling minimum di akhir iterasi.



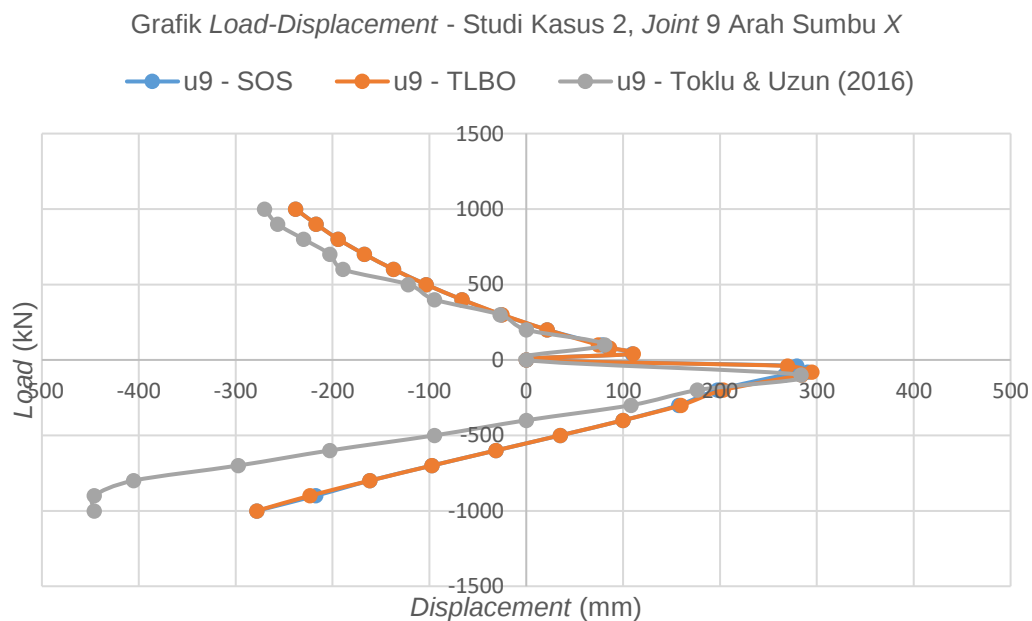
Gambar 6. Grafik besar vektor perpindahan dan TPE yang dihasilkan sepanjang iterasi pada studi kasus 1

Analisis struktur juga menghasilkan *output* berupa gaya dalam pada setiap elemen. Pada studi kasus ini, seluruh elemen kabel mengalami tarik dan elemen *strut* mengalami tekan. Gaya dalam elemen untuk beban -10 kN disajikan dalam Tabel 3.

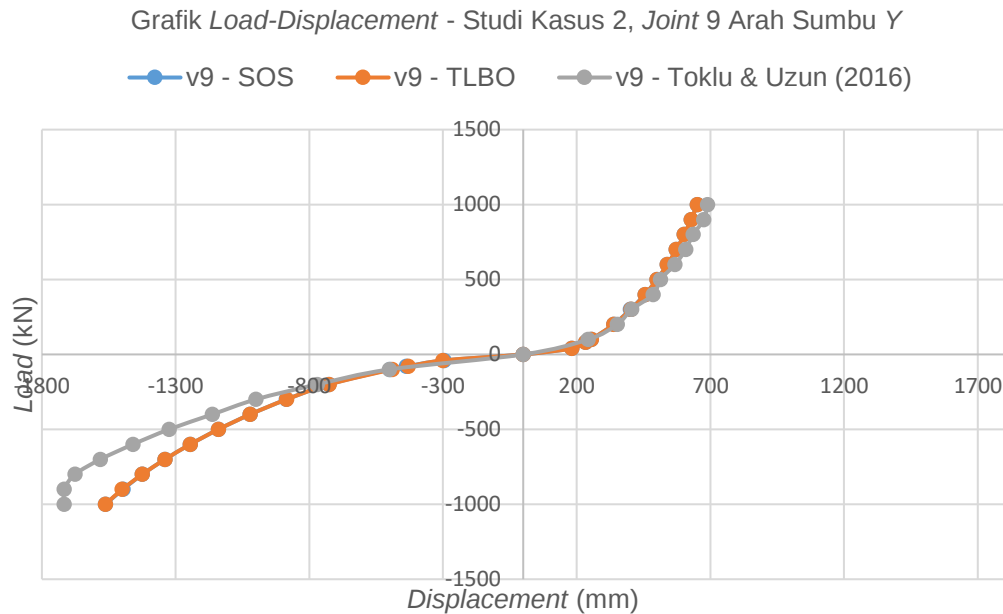
Tabel 3. Gaya dalam elemen hasil analisis struktur studi kasus 1

No. Elemen	Jenis Elemen	Gaya Dalam (kN)
1	Kabel	27.81514
2	Kabel	24.58632
3	Kabel	27.36568
4	Kabel	38.66876
5	Kabel	34.73655
6	Kabel	38.66627
7	<i>Strut</i>	-20.3533
8	<i>Strut</i>	-14.3035

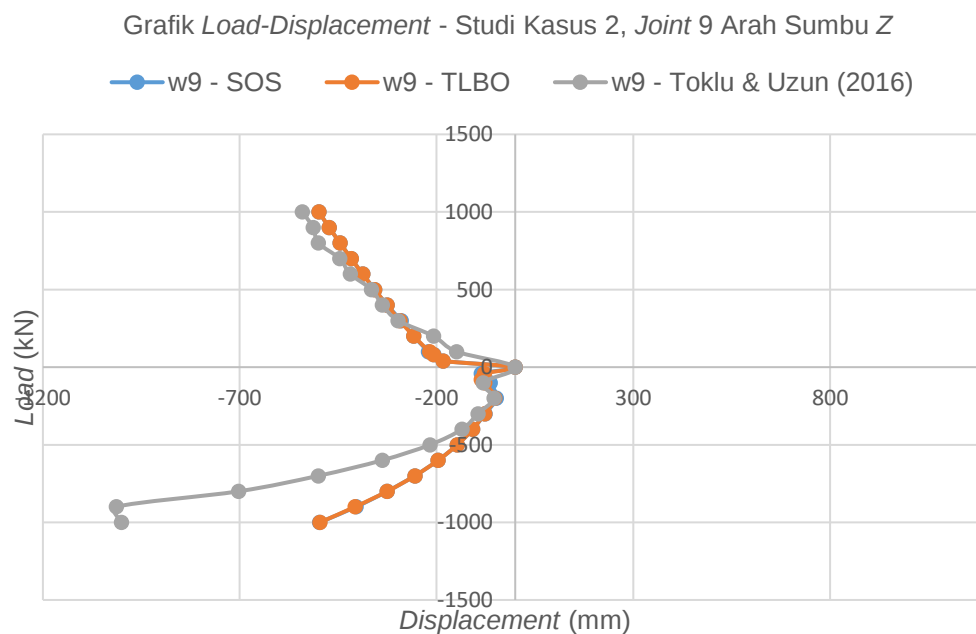
Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 2 disajikan dalam Gambar 7 hingga 9. Pada studi kasus ini, SOS dan TLBO mendapatkan nilai perpindahan yang hampir sama. Misalnya ketika dibebani -300 kN, perpindahan arah sumbu Y, v_y , didapatkan sebesar -76.3078 mm dari SOS dan -77.6755 dari TLBO. HS tidak dapat menemukan solusi optimum untuk studi kasus ini. Dari grafik ini, dapat dilihat perilaku *non-linear* struktur dari nilai perpindahan *joint* pada ketiga arah. Terdapat beberapa titik balik dalam nilai perpindahan. Misalnya pada saat dibebani dari -500 ke -600 kN, perpindahan arah X berubah tanda dari positif ke negatif.



Gambar 7. Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 2 arah sumbu X



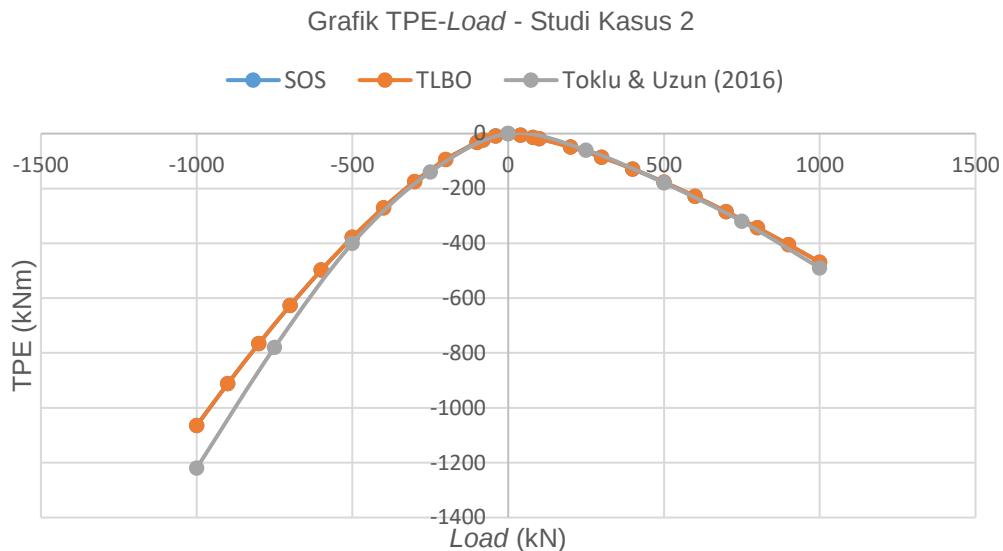
Gambar 8. Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 2 arah sumbu *Y*



Gambar 9. Grafik *load-displacement* untuk studi kasus 2 arah sumbu *Z*

Penelitian Toklu & Uzun (2016) menggunakan TPO/MA dengan algoritma GA untuk menyelesaikan studi kasus ini. Dari Gambar 7 hingga 9 terlihat sedikit perbedaan antara solusi yang didapatkan penelitian dibandingkan penelitian terdahulu. Contohnya pada penelitian terdahulu, dari Gambar 8, dapat dilihat perpindahan *joint 9* arah sumbu *Y* (v_9) adalah sekitar -500 mm untuk beban -100 kN pada arah sumbu *Y*. Sedangkan pada penelitian ini, didapatkan nilai perpindahan *joint 9* pada arah dan akibat beban yang sama sebesar -498.1 mm. Perbedaan ini dapat terjadi karena beberapa hal. Pertama, karena pada analisis struktur *non-linear* ada kemungkinan memiliki *multiple solution*, maka setiap algoritma dengan parameternya masing-masing mungkin menemukan nilai optimum yang berbeda. Namun,

baik penelitian ini maupun penelitian Toklu & Uzun (2016) menghasilkan pola perilaku *non-linear* yang serupa. Kedua, parameter seperti jumlah iterasi dan populasi juga mempengaruhi performa algoritma dalam menemukan solusi optimal. Hal ini terlihat pada nilai TPE yang didapatkan penelitian Toklu & Uzun (2016) lebih minimum dibandingkan TPE yang didapatkan penelitian ini. Perbandingan nilai TPE yang didapatkan Toklu & Uzun (2016) dengan penelitian ini disajikan dalam Gambar 10. Ketiga, ada kemungkinan di mana solusi yang didapatkan penelitian ini merupakan *local optima*, yaitu salah satu di antara solusi-solusi optimal yang terdapat pada ruang pencarian.



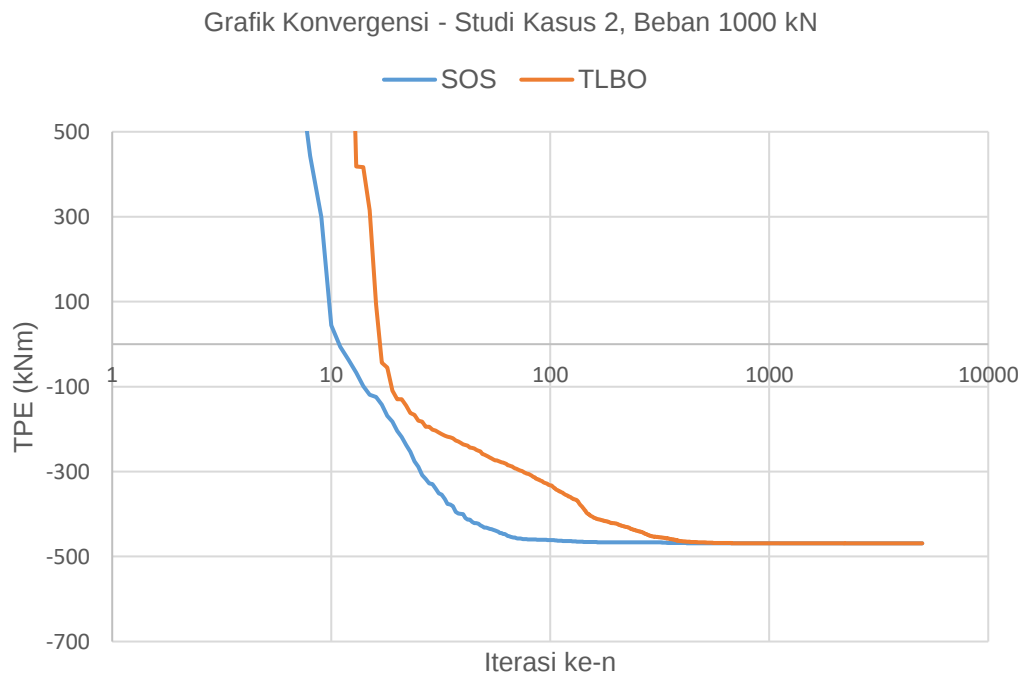
Gambar 10. Grafik TPE untuk setiap tahapan beban pada studi kasus 2

Hasil olah data untuk studi kasus 2 disajikan dalam Tabel 4. Untuk beban 1000 kN, didapatkan nilai TPE sebesar -468.882 kNm. Ditinjau dari data ini, hanya TLBO dan SOS yang dapat menyelesaikan studi kasus 2, sedangkan HS dianggap tidak berhasil menyelesaikan studi kasus ini karena tidak menemukan solusi yang optimum dalam 5000 iterasi. Dari standar deviasinya yang relatif kecil ($<10^{-10}$ kNm), maka TLBO dan SOS memiliki konsistensi yang tinggi dalam menyelesaikan studi kasus ini.

Tabel 4. Hasil analisis struktur studi kasus 2

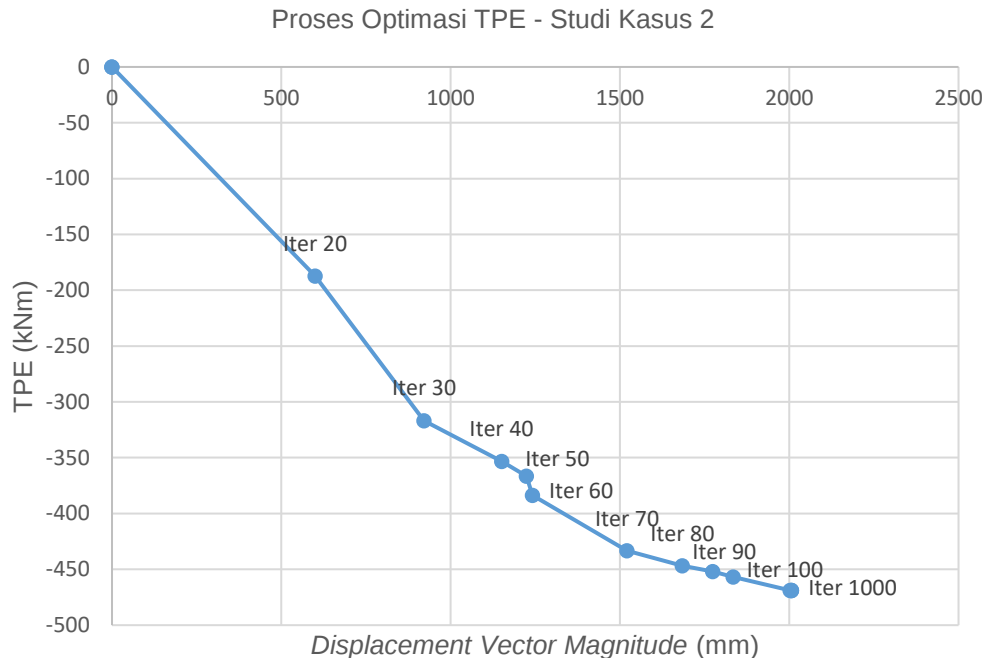
Run No.	Beban: 1000 kN		
	TPE (kNm)		
	SOS	TLBO	HS
1.	-468.882	-468.882	16387.89
2.	-468.882	-468.882	13133.83
3.	-468.882	-468.882	11005.69
4.	-468.882	-468.882	11468.45
5.	-468.882	-468.882	13008.51
6.	-468.882	-468.882	9550.569
7.	-468.882	-468.882	14308.05
8.	-468.882	-468.882	16227.69
9.	-468.882	-468.882	17625.11
10.	-468.882	-468.882	15551.21
Rata-rata	-468.882	-468.882	13826.7
Nilai			
Terbaik	-468.882	-468.882	9550.569
Nilai			
Terburuk	-468.882	-468.882	17625.11
Standar			
Deviasi	1.2E-13	2.79E-10	2643.907

Grafik konvergensi untuk beban 1000 kN disajikan dalam Gambar 11. TLBO dan SOS berhasil mendapatkan solusi optimum masing-masing pada iterasi ke-987 dan ke-1787, sedangkan HS tidak dapat menemukan hasil yang optimal dalam 5000 kali iterasi. Oleh karena itu, HS dianggap tidak berhasil menyelesaikan studi kasus ini, meski solusi yang didapatkan tidak melanggar *constraint*.



Gambar 11. Grafik konvergensi studi kasus 2 dengan beban 1000 kN

Gambar 12 menunjukkan perpindahan yang didapatkan oleh analisis struktur menggunakan TPO/MA terus meminimumkan TPE hingga mendapatkan nilai yang paling minimum di akhir iterasi. Analisis struktur juga menghasilkan *output* berupa gaya dalam elemen. Ketika diberi beban 1000 kN, gaya dalam terbesar terjadi pada elemen nomor 19 yang berupa kabel, yaitu sebesar 390.1783 kN dan elemen 31 yang berupa *strut*, yaitu sebesar 940.9135 kN.



Gambar 12. Grafik besar vektor perpindahan dan TPE yang dihasilkan sepanjang iterasi pada studi kasus 2

Kedua studi kasus dianalisis menggunakan beberapa *constraint*. Pertama, *constraint* panjang elemen yang telah berdeformasi. Penambahan *constraint* ini dilakukan untuk menghindari adanya elemen yang mengalami deformasi terlalu besar, hingga mencapai *undeformed length*, $L_c = 0$. Hal ini dapat terjadi karena tidak adanya batas deformasi maksimum ataupun batasan dari segi kapasitas elemen, sehingga proses analisis struktur dengan metode energi minimum ini bisa mendapatkan solusi apapun selama TPE yang dihasilkan bernilai minimum. *Constraint* ini dirumuskan dalam Persamaan 13.

$$L_c \geq 0.1L_0 \quad (13)$$

Kedua, *constraint* rasio antara besar vektor perpindahan, $|D|$, dibandingkan dengan panjang awal elemen, L_0 . Penambahan *constraint* ini ditujukan untuk menghindari terjadinya *rigid body rotation*. *Constraint* ini dirumuskan dalam Persamaan 14.

$$\frac{|D|}{L_0} \leq 0.5 \quad (14)$$

Selain itu, ditambahkan juga *constraint* arah perpindahan untuk memastikan perpindahan yang terjadi searah dengan arah beban luar yang diberikan pada *joint* yang bersangkutan.

5. KESIMPULAN

Dari penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan metode TPO/MA dapat melakukan analisis *non-linear* pada struktur *tensegrity* dengan efektif, akurat dan memiliki langkah perhitungan yang sederhana. TLBO dan SOS digunakan memiliki performa yang unggul dibandingkan HS apabila ditinjau dari konsistensi dan akurasi.

6. DAFTAR REFERENSI

- Bekdaş, G., Kayabekir, A. E., Nigdeli, S. M., and Toklu, Y. C. (2019). "Advanced Energy-Based Analyses Of Trusses Employing Hybrid Metaheuristics." *Structural Design of Tall and Special Buildings*, Vol. 28, No. 9.
- Cheng, M. Y., and Prayogo, D. (2014). "Symbiotic Organisms Search: a New Metaheuristic Optimization Algorithm." *Computers and Structures*, Vol. 139, 98-112.
- Emmerich, D. G. (1963). *Construction de Reseaux Autotendants*. (French Patent No.FR1377290A).
- Fuller, R. B. (1962). *Tensile-Integrity Structures*. (American Patent No. US3063521A).
- Geem, Z. W., Kim, J. H., and Loganathan, G. V. (2001). "A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search." *Simulation*, Vol. 76, No. 2, 60-68.
- Gilewski, W., Kłosowska, J., and Obara, P. (2015). "Applications of Tensegrity Structures in Civil Engineering." *Procedia Engineering*, Vol. 111, 242-248.
- Juan, S. H., and Mirats Tur, J. M. (2008). "Tensegrity Frameworks: Static Analysis Review." *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 43, No. 7, 859-881.
- Kebiche, K., Kazi-Aoual, M. N., and Motro, R. (1999). "Geometrical *Non-Linear* Analysis of Tensegrity Systems." *Engineering Structures*, Vol. 21, 864-876.
- Lee, K. S., and Geem, Z. W. (2005). "A New Meta-Heuristic Algorithm For Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory And Practice." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, No. 36-38, 3902-3933.
- Motro, R., and Raducanu, V. (2003). "Tensegrity Systems." *International Journal of Space Structures*, Vol. 18, No. 2, 77-84.
- Murakami, H. (2001a). "Static and Dynamic Analyses of Tensegrity Structures. Part 1. Nonlinear Equations Of Motion." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, 3599-3613.
- Murakami, H. (2001b). "Static and Dynamic Analyses of Tensegrity Structures. Part II. Quasi-Static Analysis." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, 3615-3629.
- Nuhoglu, A., and Korkmaz, K. A. (2011). "A Practical Approach for Nonlinear Analysis of Tensegrity Systems." *Engineering with Computers*, Vol. 27, No. 4, 337-345.
- Rao, R. V., Savsani, V. J., and Vakharia, D. P. (2011). "Teaching-Learning-Based Optimization: A Novel Method for Constrained Mechanical Design Optimization Problems." *CAD Computer Aided Design*, Vol. 43, No. 3, 303-315.
- Skelton, R. E., Adhikari, R., Pinaud, J.P., and Helton, W. J. (2001). "An Introduction to the Mechanics of Tensegrity Structures." *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Florida, USA, December 4-7, 4254-4259.

- Snelson, K. D. (1965). *Continuous Tension, Discontinuous Compression Structures*. (American Patent No. US3169611A).
- Temür, R., Bekdaş, G., and Toklu, Y.C. (2014). "Analysis of Cable Structures through Total Potential Optimization Using Meta-Heuristic Algorithms." *11th International Congress on Advances in Civil Engineering*, Istanbul, Turkey, October 21-25.
- Temür, R., Bekdaş, G., and Toklu, Y. C. (2017). "Total Potential Energy Minimization Method in Structural Analysis Considering Material Nonlinearity." *Challenge Journal of Structural Mechanics*, Vol. 3, No. 3, 129–133.
- Tibert, A. G., and Pellegrino, S. (2003). "Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures." *International Journal of Space Structures*, Vol. 18, No. 4, 209–223.
- Toklu, Y. C. (2004). "Nonlinear Analysis of Trusses through Energy Minimization." *Computers And Structures*, Vol. 82, No. 20-21, 1581–1589.
- Toklu, Y. C. (2013). "Structural Analysis, Metaheuristic Algorithms and the Method TPO/MA." *Proceedings of the 14th EU/ME Workshop*, Hamburg, Germany, February 28-March 1, 44-50.
- Toklu, Y. C., Bekdaş, G., and Temür, R. (2017). "Analysis of Cable Structures through Energy Minimization." *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 62, No. 6, 749–758.
- Toklu, Y. C., Bekdaş, G., Yücel, M., Nigdeli, S. M., Kayabekir, A. E., Kim, S., and Geem, Z. W. (2021). "Total Potential Optimization Using Metaheuristic Algorithms for Solving Nonlinear Plane Strain Systems." *Applied Sciences (Switzerland)*, Vol. 11, No. 7.
- Toklu, Y. C., and Uzun, F. (2016). "Analysis of Tensegric Structures by Total Potential Optimization Using Metaheuristic Algorithms." *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 29, No. 5.
- Tran, H. C., and Lee, J. (2011). "Geometric and Material Nonlinear Analysis of Tensegrity Structures." *Acta Mechanica Sinica/Lixue Xuebao*, Vol. 27, No. 6, 938–949.
- Yang, X. S. (2009). "Harmony Search as a Metaheuristic Algorithm." In *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*. Springer.
- Zhang, J. Y., and Ohsaki, M. (2015). *Mathematics for Industry 6 - Tensegrity Structures: Form, Stability, and Symmetry*, sixth volume, Springer.